УЧРЕЖДЕНИЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КОЛЛЕДЖ «ТИСБИ»

Согласовано:
Зам.директора по УР_____
В.К. Сафина
«29»_____08_____2023г.

Утверждаю:
Директор_____
Т.Т. Фёдорова
«29»_____08_____2023 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**учебной дисциплины**

**ЕН.01 Математика**

**Программа подготовки специалистов среднего звена**

**по специальности**

**38.02.06 Финансы**

Казань 2023

## 1. Пояснительная записка

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу дисциплины Математика.

ФОС включают контрольно-оценочные материалы для проведения текущего и итогового контроля.

ФОС разработаны на основании:

Программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 38.02.06 Финансы, рабочей программы учебной дисциплины Математика.

## 2. Паспорт контрольно-оценочных средств

Таблица 1.

| **Результаты обучения (освоенные умения(У), усвоенные знания(З))** | **Основные показатели оценки результатов обучения** |
|---|---|
| У1-умение решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности<br>З1- знание основных математических методов решения прикладных задач в области профессиональной деятельности. | Правильное выполнение практических заданий (задач), правильные ответы на контрольные работы и тесты. |
| У2 – быстрота и точность поиска, оптимальность и научность необходимой информации, а также обоснованность выбора применения современных технологий её обработки.<br>З2 – знание основных понятий и методов теории комплексных чисел, линейной алгебры, математического анализа. | Наличие системы базовых знаний, отражающих вклад математики в формирование современной научной картины мира, роль математического механизма в развитии общества, биологических и технических систем. |
| У3 – организовывать самостоятельную работу при освоении профессиональных компетенций; стремиться к самообразованию и повышению профессионального уровня.<br>З3 - значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППССЗ. | Наличие системы базовых знаний, отражающих вклад математики в формирование современной научной картины мира, роль математического механизма в развитии общества, биологических и технических систем. |
| У4- умело и эффективно работать в коллективе, соблюдать профессиональную этику.<br>З4 – знание математических понятий и определений, способов доказательства математическими методами. | Правильное выполнение практических заданий (задач), правильные ответы на контрольные работы и тесты . |
| У5 – умение рационально и корректно использовать информационные ресурсы в профессиональной и учебной деятельности.<br>З5 - знание математического анализа | Правильное выполнение практических заданий (задач), правильные ответы на контрольные работы и тесты. |

| | |
|---|---|
| информации, представленной различными способами, а также методов построения графиков различных процессов. | |

## Общие требования к личностным результатам выпускников СПО

| **Личностные результаты реализации программы** | **Код личностных результатов реализации программы** |
|---|---|
| Проявляющий и демонстрирующий уважение к труду человека, осознающий ценность собственного труда и труда других людей. Экономически активный, ориентированный на осознанный выбор сферы профессиональной деятельности с учетом личных жизненных планов, потребностей своей семьи, российского общества. Выражающий осознанную готовность к получению профессионального образования, к непрерывному образованию в течение жизни Демонстрирующий позитивное отношение к регулированию трудовых отношений. Ориентированный на самообразование и профессиональную переподготовку в условиях смены технологического уклада и сопутствующих социальных перемен. Стремящийся к формированию в сетевой среде личностно и профессионального конструктивного «цифрового следа» | **ЛР 4** |
| Ориентированный на профессиональные достижения, деятельно выражающий познавательные интересы с учетом своих способностей, образовательного и профессионального маршрута, выбранной квалификации | **ЛР 6** |
| Демонстрирующий умение эффективно взаимодействовать в команде, вести диалог, в том числе с использование средств коммуникации | **ЛР 13** |
| Демонстрирующий навыки анализа и интерпретации информации из различных источников с учетом нормативно-правовых норм | **ЛР 14** |
| Демонстрирующий готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности | **ЛР 15** |

## 3.Распределение типов контрольных заданий по компетенциям

Таблица 2.

| *Элемент УД* | *Формы и методы контроля* | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | *Оперативный контроль* | | *Рубежный контроль* | | *Промежуточная аттестация* | |
| | *Проверяемые ОК, У, З* | *Методы контроля* | *Проверяемые ОК, У, З* | *Методы контроля* | *Проверяемые ОК, У, З* | *Форма контроля* |
| *Раздел 1. Основные понятия комплексных чисел* | | | *У1, У 2 , З1,З2, ОК2, ОК4* | *Контрольная работа.* | *У1, У 2 , З1,З2, ОК2, ОК4* | *экзамен* |
| *Тема 1.1. Комплексные числа и действия над ними* | *У1, У 2, З1, З2, ОК2, ОК4* | *Устный опрос*<br>*Практическая работа*<br>*Самостоятельная работа* | | | | |
| *Раздел 2. Элементы линейной алгебры* | | | *У3,У4, З3,З4, ОК1, ОК3* | *Тест №1, №2* | *У3,У4, З3,З4, ОК1, ОК3* | *экзамен* |
| *Тема 2.1. Матрицы и определители* | *У3,У4, З3,З4, ОК1, ОК3* | *Устный опрос*<br>*Практическая работа*<br>*Самостоятельная работа* | | | | |
| *Тема 2.2. Методы решения систем линейных уравнений* | *У3,У4, З3,З4, ОК1, ОК3* | *Устный опрос*<br>*Индивидуальное задание*<br>*Самостоятельная работа* | | | | |
| *Тема 2.3. Моделирование и решение задач линейного программирования* | | *Устный опрос*<br>*Индивидуальное задание*<br>*Самостоятельная работа* | *У3,У4, З3,З4, ОК1, ОК3* | | *У3,У4, З3,З4, ОК1, ОК3* | |
| *Раздел 3. Введение в анализ* | | | *У5, З5, ОК4, ОК9* | *Контрольная работа.* | *У5, З5, ОК4, ОК9* | *экзамен* |
| *Тема 3.1. Функции многих переменных* | *У5, З5, ОК4, ОК9* | *Устный опрос*<br>*Индивидуальное задание*<br>*Самостоятельная работа* | | | | |
| *Тема 3.2. Пределы и непрерывность* | *У5, З5, ОК4, ОК9* | *Устный опрос*<br>*Индивидуальное задание*<br>*Самостоятельная работа* | | | | |
| *Раздел 4. Дифференциальные* | | | *У1,У3, З1, З3* | *Контрольная* | *У1,У3, З1,* | *экзамен* |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *исчисления* | | | *ОК1, ОК2, ОК4* | *работа.* | *З3 ОК1, ОК2, ОК4* | |
| *Тема 4.1. Производная и дифференциал* | *У1,У3, З1, З3 ОК1, ОК2, ОК4* | *Устный опрос Индивидуальное задание Самостоятельная работа* | | | | |
| *Раздел 5. Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения* | *У3,У4, З3,З4, ОК1, ОК3* | | *У3,У4, З3,З4, ОК1, ОК3* | *Контрольная работа.* | *У3,У4, З3,З4, ОК1, ОК3* | *экзамен* |
| *Тема 5.1. Неопределённый интеграл* | *У3,У4, З3,З4, ОК1, ОК3* | *Устный опрос Индивидуальное задание Самостоятельная работа* | | | | |
| *Тема 5.2. Определённый интеграл* | *У3,У4, З3,З4, ОК1, ОК3* | *Устный опрос Индивидуальное задание Самостоятельная работа* | | | | |
| *Тема 5.3. Несобственный интеграл* | *У3,У4, З3,З4, ОК1, ОК3* | *Устный опрос Индивидуальное задание Самостоятельная работа* | | | | |
| *Тема 5.4. Дифференциальные уравнения* | *У3,У4, З3,З4, ОК1, ОК3* | *Устный опрос Индивидуальное задание Самостоятельная работа* | | | | |

## 3.2 Типовые задания для оценки освоения учебной

## Раздел 1. Основные понятия комплексных чисел

1. Вычислить:

1. $i^{66}$; $i^{143}$; $i^{216}$; $i^{137}$.
2. $i^{43} + i^{48} + i^{44} + i^{45}$.
3. $(i^{36} + i^{17})i^{23}$.
4. $(i^{133} + i^{115} + i^{200} + i^{142})(i^{17} + i^{36})$.
5. $i^{145} + i^{147} + i^{264} + i^{345} + i^{117}$.
6. $(i^{13} + i^{14} + i^{15})i^{32}$.
7. $(i^{64} + i^{17} + i^{13} + i^{82})(i^{72} – i^{34})$.

2. Найти x и y из равенства:

1. $3y + 5xi = 15 – 7i$;
2. $(2x + 3y) + (x – y)i = 7 + 6i$.

3. Найдите значения x и y из равенств:

1. $7x + 5i = 1 – 10iy$.
2. $(2x + y) – i = 5 + (y – x)i$.
3. $x + (3x – y)i = 2 – i$.
4. $(1 + 2i)x + (3 – 5i)y = 1 – 3i$.
5. $(2 – i)x + (1 + i)y = 5 – i$.
6. $(3i – 1)x + (2 – 3i)y = 2 – 3i$.

4. Произведите сложение и вычитание комплексных чисел:

1. $(3 + 5i) + (7 – 2i)$.
2. $(6 + 2i) + (5 + 3i)$.
3. $(– 2 + 3i) + (7 – 2i)$.
4. $(5 – 4i) + (6 + 2i)$.
5. $(3 – 2i) + (5 + i)$.
6. $(4 + 2i) + (– 3 + 2i)$.
7. $(– 5 + 2i) + (5 + 2i)$.
8. $(– 3 – 5i) + (7 – 2i)$.

5. Произведите умножение комплексных чисел:

1. $(2 + 3i)(5 – 7i)$.
2. $(6 + 4i)(5 + 2i)$.
3. $(3 – 2i)(7 – i)$.
4. $(– 2 + 3i)(3 + 5i)$.

5. (1 –i)(1 + i).
6. (3 + 2i)(1 + i).
7. (6 + 4i)3i.
8. (2 – 3i)(– 5i).

## Раздел 2 Элементы линейной алгебры

**Вычисление определителей.**

**1-3.** Вычислить определители второго порядка.

**1**. $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$; **2**. $\begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix}$; **3**. $\begin{vmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta \end{vmatrix}$;

**4-7**. Вычислить определители третьего порядка.

**4**. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$; **5.** $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$; **6**. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$ **7**. $\begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

**8.** Решить уравнение: $\begin{vmatrix} 3 & x & -x \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$;

**9.** Дана матрица $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

а) Вычислить определитель $|A|$.

б) Найти миноры всех элементов $a_{ij}$

**10-13**. Вычислить определители:

**10**. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$; **11**. $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$; **12**. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$;

**13**. $\begin{vmatrix} 4 & 3 & -5 & 2 & 3 \\ 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & -8 & 2 & 7 \\ 4 & 3 & -1 & 2 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 0 & -6 \end{vmatrix}$.

**Ответы: 1:** –2;

**2:** 1;

**3:** $\cos(\alpha+\beta)$;

**4:** –3;

**5:** 1;

**6:** 1;

**7:** 1;

**8:** $x= -4\pm\sqrt{22}$;

**9:** а) 2,

б) $M_{11}= -1$; $M_{12}= -1$; $M_{13}=1$; $M_{21}= -1$; $M_{22}= -1$; $M_{23}= -1$; $M_{31}=1$; $M_{32}= -1$;

$M_{33}= -1$.

**10:** –3; **11:**–9; **12:** 0; **13:** 0.

## Раздел 3. Введение в анализ

1.Изобразите области определения функций:

$$z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 9}}.$$

$$z = \arcsin(x + y).$$

$$z = \sqrt{xy} + acr\sin\frac{x}{2}.$$

$$z = \ln(4 - x^2 - y^2).$$

$$z = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 - y^2}.$$

$$z = \sqrt{(x^2 + y^2 - 1)(4 - x^2 - y^2)}.$$

$$z = \arcsin\frac{y}{x^2}.$$

$$z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2 - x}{2x - x^2 - y^2}}.$$

$$u = \frac{x + y + z}{\sqrt{4 - x^2 - y^2 - z^2}}.$$

2.Постройте линии уровня функций:

$z = \frac{y}{x}$.

$z = x^2 - y^2$.

$z = x^2 + y^2$.

$z = \frac{1}{x^2 + 2y^2}$.

$z = \sqrt{xy}$.

$z = \frac{y - x^2}{x^2}$.

$z = x^2 y + y$.

$z = e^{\frac{2x}{x^2 + y^2}}$.

$z = \min(x^2, y)$.

3.Найдите частные производные первого порядка следующих функций:

$z = x^3 + 2y^3 - 7x^2y^4$.

$z = \frac{x^2 y}{x + y}$.

$z = \frac{x^2}{y} + \frac{y}{x^2}$.

$z = \sqrt{2xy + y^2}$.

$z = x\sqrt[3]{y} + \frac{y}{\sqrt{x}}$.

$z = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.

$z = \sqrt{x}\, e^{\frac{y}{x}}$.

$z = xe^{-xy}$.

$z = arctg\frac{y}{x}$.

## Раздел 4. Дифференциальные исчисления

1.Определить порядок дифференциальных уравнений:

$y^2 - \sin(y') \cdot y + x^2(1+x)(1+y) = 0.$

$y \cdot y' - (y'')^2 = x^2 + 1.$

$(y''' - y')^2 \cdot y' - x^5 \cdot \mathrm{tg}(y) + \cos(y) = 0$

$y \cdot y' \cdot y'' - 2(y'')^2 = \ln(x).$

$\sin(x) \cdot \cos(y') - \sin^2(y') = \dfrac{y'}{(y'')^3 + 1}.$

$(y')^4 \cdot \ln(y') = 1.$

$\log(xy' - y'') + \left(\dfrac{x}{y}\right)''' - y = 0.$

$(x^2 + x + y) = (x - y)(y^2)''.$

$(y - 2y'' \cdot x)^2 \sqrt{y'''} = 5.$

$\cos(y'' - 2y' + x) = 0.$

2. Определить, является ли функция y(x) решением дифференциального уравнения:

$y = x^2, \quad y' \cdot x - 2y = 0.$

$y = \sin(x), \quad y'' + y = 0.$

$y = x^2 + x + 1, \quad 2y - y' - y'' = 2x^2 - 1.$

$y = \dfrac{1}{x}, \quad y' \cdot y'' - y''' = \dfrac{1}{x^5}.$

$y = (x - 1) \cdot e^x, \quad y' - y = 2e^x.$

$y = e^{x^3}, \quad y' = 3x^2 y.$

$y = (x - 2) \cdot (x - 3), \quad y' = xy'' - 5.$

$y = \ln(\cos(x)), \quad y' = -\mathrm{tg}(x).$

$y = \sin(x), \quad y' \cdot \mathrm{tg}(x) - y = 0.$

## Раздел 5. Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения

1. Найти общие решения однородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка:

$y' + 2y = 0.$

$y' - 8x^2 y = 0.$

$y' + \mathrm{tg}(2x) y = 0.$

$y' - \dfrac{xy}{e^{x^2}} = 0.$

$y' - \dfrac{\ln(x) y}{x} = 0.$

2. Найти общие решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$y' + \frac{2y}{x} = x^2.$$

$$y' + xy = x.$$

$$y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{x^2}.$$

3. Найти частные решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка, удовлетворяющие начальным условиям:

. $y' + 3y = 1$, $y(0) = 0$.

. $y' - \mathrm{tg}(x)y = 0$, $y(0) = 0$.

. $y' - 2y = e^{2x}$, $y(0) = 1$.

. $y' + 2\mathrm{tg}(x)y = \cos^4(x)$, $y(0) = -1$.

. $y' - 2xy = e^{x^2}$, $y(1) = 1$.

## 4. Задания для оценки освоения дисциплины

### Перечень практических (лабораторных) работ

| № работы | Название работы (в соответствии с рабочей программой) | Объём часов на выполнение работы | Страница |
|---|---|---|---|
| 1. | Контрольная работа на тему «Основные понятия комплексных чисел» | 2 | |
| 2. | Тестовые задания №1 по теме «Определители. Свойства определителей.» | 2 | |
| 3 | Тестовые задания №2 по теме «Обратные матрицы. Формула Крамера.» | 2 | |
| 4 | Контрольная работа на тему «Функции многих переменных» | 2 | |
| 5 | Контрольная работа на тему «Дифференциальные исчисления» | 2 | |
| 6 | Контрольная работа на тему «Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения» | 2 | |

**Контрольная работа на тему «Основные понятия комплексных чисел»**

Вариант 1

1. Вычислить: $i^{43} + i^{48} + i^{44} + i^{45}$.
2. Найти x и y из равенства:1. $5y + 3xi = 15 – 7i$;
3. Найдите значения x и y из равенств: $x + (3x – y)i = 2 – i$.
$(1 + 2i)x + (3 – 5i)y = 1 – 3i$.
4. Произведите сложение и вычитание комплексных чисел: $(5 – 4i) + (6 + 2i)$.
$(3 – 2i) + (5 + i)$.
5. Произведите умножение комплексных чисел: $(3 – 2i)(7 – i)$.
$(– 2 + 3i)(3 + 5i)$.

**Вариант 2**

1. Вычислить: $(i^{13} + i^{14} + i^{15})i^{32}$.
2. Найти x и y из равенства: $(3x + 3y) + (2x – y)i = 2 + 6i$.

3. Найдите значения x и y из равенств: $(2 – i)x + (1 + i)y = 5 – i$.
$(3i – 1)x + (2 – 3i)y = 2 – 3i$.

4. Произведите сложение и вычитание комплексных чисел: $(– 5 + 2i) + (5 + 2i)$.
$(– 3 – 5i) + (7 – 2i)$.

5. Произведите умножение комплексных чисел: $(6 + 4i)3i$.
$(2 – 3i)(– 5i)$.

**Тестовые задания №1 по теме «Определители. Свойства определителей.»**

**Вариант 1**

**1**. Дана матрица $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$. Можно ли вычислить определитель матрицы?

a) Да;

*b) Нет.

**2**. Найти x из уравнения $\begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=0$.

a) $x_1=0$, $x_2= –2$;

*b) $x_1=3$, $x_2=2$;

c) $x_1= –2$, $x_2= –3$.

**3.** Как изменится определитель, если заменить его строки столбцами?

*a) Не изменится;

b) Умножится на (–1).

**4.** Выбрать значение i так, чтобы произведение $a_{21}a_{i2}a_{13}$ входило в значение определителя $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ со знаком плюс.

a) i=1;

b) i =2;

*c) i =3.

**5.** Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{vmatrix}$.

a) 566;

b) 656;

*c) 665.

**Вариант 2**

**1**. Среди матриц

1) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ \cos\alpha & \sin\alpha \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$ выбрать ту,

определитель которой равен единице.

*a) 1),

b) 2),

c) 3).

**2.** Как изменится определитель, если к каждой строке, кроме последней, прибавить последнюю строку?

a) Изменится;

*b) Не изменится.

**3.** Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

a) 8;

*b) 10;

c) -8.

**4**. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} a-b & a+b \\ a+b & a-b \end{vmatrix}$.

a) 4ab;

*b) –4ab.

**5.** Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 0 & 6 \\ 8 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

*a) 0;

b) 1;

c) 2;

d) 3.

**Тестовые задания №2по теме**
**Обратные матрицы. Формула Крамера.**
**Вариант 1**

**1.** Какие из перечисленных ниже условий должны быть выполнены, чтобы матрица A имела обратную матрицу $A^{-1}$?

a) det A = 0,
*b) det A $\neq$ 0,
*c) матрица A должна быть квадратной,
d) матрица A – вырожденная.

**2.** Система линейных уравнений $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = y_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = y_2 \end{cases}$ записана в матричной форме A·X = Y, где $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$. Определить вид матриц X и Y.

a) $X = (x_1 \quad x_2)$,
*b) $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$,
c) $Y = (y_1 \quad y_2)$,
*d) $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$.

**3.** Из систем линейных уравнений 1) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 1 \\ 3x_1 - x_2 = 2 \end{cases}$, 2) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 1 \\ x_1 - x_2 = 2 \end{cases}$, 3) $\begin{cases} 2x_2 - x_1 = 1 \\ x_1 + 3x_2 = 2 \end{cases}$, 4) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 1 \\ x_1 + 3x_2 = 2 \end{cases}$ выбрать ту, матричная запись которой имеет вид: $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

a) 1),
*b) 2),
c) 3),
d) 4).

**4.** Существует ли обратная матрица для матрицы

A= $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ ?

a) Да,

*b) нет.

**5.** Используя обратную матрицу, найти матрицу X из уравнения AX=B, если

A= $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, B= $\begin{pmatrix} 0 \\ 14 \\ 16 \end{pmatrix}$.

a) X= $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,

*b) X= $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,

c) X= $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

**Вариант 2**

1При каких значениях λ существует матрица, обратная матрице $\begin{pmatrix} 0 & \lambda & 0 \\ \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$

a) λ = 0,

b) λ – любое действительное число,

*c) λ – любое действительное число, λ≠0.

2.Система линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \\ 7x_1 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$ представлена в матричной форме A·X=B, где $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ – матрица-столбец свободных членов.

Выбрать верную запись среди следующих выражений:

1) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, 2) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix}$,

3) $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$, 4) $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$.

*a) 1),
b) 2),
c) 3),
d) 4).

3.Укажите какие из следующих систем можно решать с помощью обратной матрицы ?

1) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -2 \end{cases}$, 2) $\begin{cases} x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 2, \\ -12x_2 + 17x_3 = 3 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 10x_1 + 5x_2 - 5x_3 = 2 \\ 11x_1 - 12x_2 + 17x_3 = 3 \end{cases}$.

a) 1),
*b) 2),
c) 3).

**4.** Можно ли решить систему уравнений по формулам Крамера

x+2y=5
3y+4z=18
5z+6u=39
7u+8v=68
9v+10x=55

*a) Да,
b) нет.

**5.** Решить систему уравнений:

-5x+ y + z=0
x - 6y + z=0
x + y - 7z=0.

a) (-1;-2;-3),
b) (3; 4; 1 ),
*c) (0; 0; 0).

**Контрольная работа на тему «Функции многих переменных»**

Вариант 1

1.Изобразите области определения функций:

. $z = \arcsin\frac{y}{x^2}$.

. $z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2 - x}{2x - x^2 - y^2}}$.

. $u = \frac{x + y + z}{\sqrt{4 - x^2 - y^2 - z^2}}$.

2.Постройте линии уровня функций:

$z = e^{\frac{2x}{x^2+y^2}}$.

$z = \min(x^2, y)$.

$z = \max(x + y, 2x - 3y)$.

3.Найдите частные производные первого порядка следующих функций:

. $z = e^{3x^2+2y^2-xy}$.

. $u = yx^3 + xz^2 + y^2z$.

. $u = \frac{x}{\sqrt{x + y^2 + z^3}}$.

. $u = \left(\frac{x}{y}\right)^z$.

Вариант 2

1.Изобразите области определения функций:

$z = \ln(4 - x^2 - y^2)$.

$z = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 - y^2}$.

$z = \sqrt{(x^2 + y^2 - 1)(4 - x^2 - y^2)}$.

2.Постройте линии уровня функций:

$z = \sqrt{xy}$.

$z = \frac{y - x^2}{x^2}$.

$z = x^2 y + y$.

3.Найдите частные производные первого порядка следующих функций:

$u = x^{\frac{y}{z}}$.

$u = x^2 y - \sqrt{xy + z^2}$.

$u = \sin(x + 2y) + 2\sqrt{xyz}$.

$u = \ln(3 - x^2) + xy^2 z$.

**Контрольная работа на тему «Дифференциальные исчисления»**

Вариант 1

1.Определить порядок дифференциальных уравнений:

$\sin(x) \cdot \cos(y') - \sin^2(y') = \frac{y'}{(y'')^3 + 1}$.

$(y')^4 \cdot \ln(y') = 1$.

$\log(xy' - y'') + \left(\frac{x}{y}\right)''' - y = 0$.

$(x^2 + x + y) = (x - y)(y^2)''$.

2. Определить, является ли функция y(x) решением дифференциального уравнения:

$y=\frac{1}{x}, \quad y'\cdot y''-y'''=\frac{1}{x^5}.$

$y=(x-1)\cdot e^x, \quad y'-y=2e^x.$

$y=e^{x^3}, \quad y'=3x^2y.$

$y=(x-2)\cdot(x-3), \quad y'=xy''-5.$

Вариант 2

1.Определить порядок дифференциальных уравнений:

$(y')^4\cdot\ln(y')=1.$

$\log(xy'-y'')+\left(\frac{x}{y}\right)'''-y=0.$

$(x^2+x+y)=(x-y)(y^2)''.$

$(y-2y''\cdot x)^2\sqrt{y'''}=5.$

2. Определить, является ли функция y(x) решением дифференциального уравнения:

$y=(x-1)\cdot e^x, \quad y'-y=2e^x.$

$y=e^{x^3}, \quad y'=3x^2y.$

$y=(x-2)\cdot(x-3), \quad y'=xy''-5.$

$y=\ln(\cos(x)), \quad y'=-\mathrm{tg}(x).$

**Контрольная работа на тему «Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения»**

Вариант1

1. Найти общие решения однородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка:
   $y' - 8x^2y = 0.$
   $y' + \mathrm{tg}(2x)y = 0.$
2. Найти общие решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка:
   $y' + 2y = 3e^x.$
   ). $y' - \cos(x)y = x^2.$
3. Найти частные решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка, удовлетворяющие начальным условиям:
   $y' - \mathrm{tg}(x)y = 0,\ y(0) = 0.$
   $y' - 2y = e^{2x},\ y(0) = 1.$

Вариант2

1. Найти общие решения однородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка:
   $y' + \mathrm{tg}(2x)y = 0.$
   $y' - \frac{xy}{e^{x^2}} = 0.$
2. Найти общие решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка:
   $y' + xy = x.$
   $y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{x^2}.$
3. Найти частные решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка, удовлетворяющие начальным условиям:
   . $y' + 2\mathrm{tg}(x)y = \cos^4(x),\ y(0) = -1.$
   . $y' - 2xy = e^{x^2},\ y(1) = 1.$

**Критерии оценки работы**:

1. Выполнение задания – 5 баллов.
2. Дополнительный уточняющий вопрос – 4 балла.
3. Неполное выполнение задания – 3 балла.

**Вопросы к экзамену.**

1. Определение комплексного числа в алгебраической форме, действия над ними.
2. Геометрическое изображение комплексных чисел.
3. Модуль и аргументы комплексного числа.
4. Определение матрицы, размерность матрицы.
5. Операция сложения матриц. Свойства.
6. Операция умножения матриц на число. Свойства.
7. Произведение матриц. Свойство операции умножения матриц.
8. Транспонирование матрицы. Свойства операции транспонирования.
9. Определители первого, второго и третьего порядка. Правило треугольника.
10. Минор. Алгебраическое дополнение.

11. Способы вычисления определителя.
12. Свойства определителей.
13. Разложение определителя по элементам столбца или строки.
14. Обратная матрица: определение, теорема о существовании обратной матрицы.
15. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
16. Формулы Крамера. Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера.
17. Ранг матрицы.
18. Методы нахождения ранга матрицы (метод окаймляющих миноров, метод Гаусса или метод элементарных преобразований).
19. Решение систем уравнений методом Гаусса.
20. Функции двух и нескольких переменных, способы задания, символика, область определения.
21. Предел функции.
22. Бесконечно малые функции.
23. Метод эквивалентных бесконечно малых величин.
24. Раскрытие неопределённости вида 0/0 и ∞/∞.
25. Замечательные пределы.
26. Непрерывность функции.
27. Производная функции.
28. Основные правила дифференцирования.
29. Экстремумы функций.
30. Частные производные функции нескольких переменных.
31. Первообразная функция и неопределённый интеграл.
32. Задача нахождения площади криволинейной трапеции.
33. Определённый интеграл.
34. Формула Ньютона-Лейбница.
35. Интегрирование неограниченных функций.
36. Дифференциальные уравнения.

ОДОБРЕНО

на заседании ПЦК

Общеобразовательных и гуманитарных дисциплин

Председатель_____Ахмерова Г.Р.

протокол №____ от _____ _____ 2023 г.

Составитель: С.В. Горбунова, старший преподаватель УПО колледж «ТИСБИ»

Фонд оценочных средств учебной дисциплины разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) по специальности среднего профессионального образования (далее – СПО) 38.02.06 Финансы.

## 1. Пояснительная записка

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу дисциплины Математика.

ФОС включают контрольно-оценочные материалы для проведения текущего и итогового контроля.

ФОС разработаны на основании:

Программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 38.02.06 Финансы, рабочей программы учебной дисциплины Математика.

## 2. Паспорт контрольно-оценочных средств

Таблица 1.

| **Результаты обучения (освоенные умения(У), усвоенные знания(З))** | **Основные показатели оценки результатов обучения** |
|---|---|
| У1-умение решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности<br>З1- знание основных математических методов решения прикладных задач в области профессиональной деятельности. | Правильное выполнение практических заданий (задач), правильные ответы на контрольные работы и тесты. |
| У2 – быстрота и точность поиска, оптимальность и научность необходимой информации, а также обоснованность выбора применения современных технологий её обработки.<br>З2 – знание основных понятий и методов теории комплексных чисел, линейной алгебры, математического анализа. | Наличие системы базовых знаний, отражающих вклад математики в формирование современной научной картины мира, роль математического механизма в развитии общества, биологических и технических систем. |
| У3 – организовывать самостоятельную работу при освоении профессиональных компетенций; стремиться к самообразованию и повышению профессионального уровня.<br>З3 - значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППССЗ. | Наличие системы базовых знаний, отражающих вклад математики в формирование современной научной картины мира, роль математического механизма в развитии общества, биологических и технических систем. |
| У4- умело и эффективно работать в коллективе, соблюдать профессиональную этику.<br>З4 – знание математических понятий и определений, способов доказательства математическими методами. | Правильное выполнение практических заданий (задач), правильные ответы на контрольные работы и тесты . |
| У5 – умение рационально и корректно | Правильное выполнение практических |

| | |
|---|---|
| использовать информационные ресурсы в профессиональной и учебной деятельности.<br>З5 - знание математического анализа информации, представленной различными способами, а также методов построения графиков различных процессов. | заданий (задач), правильные ответы на контрольные работы и тесты. |

## Общие требования к личностным результатам выпускников СПО

| **Личностные результаты реализации программы** | **Код личностных результатов реализации программы** |
|---|---|
| Проявляющий и демонстрирующий уважение к труду человека, осознающий ценность собственного труда и труда других людей. Экономически активный, ориентированный на осознанный выбор сферы профессиональной деятельности с учетом личных жизненных планов, потребностей своей семьи, российского общества. Выражающий осознанную готовность к получению профессионального образования, к непрерывному образованию<br>в течение жизни Демонстрирующий позитивное отношение<br>к регулированию трудовых отношений. Ориентированный<br>на самообразование и профессиональную переподготовку в условиях смены технологического уклада и сопутствующих социальных перемен. Стремящийся к формированию в сетевой среде личностно и профессионального конструктивного «цифрового следа» | **ЛР 4** |
| Ориентированный на профессиональные достижения, деятельно выражающий познавательные интересы с учетом своих способностей, образовательного и профессионального маршрута, выбранной квалификации | **ЛР 6** |
| Демонстрирующий умение эффективно взаимодействовать в команде, вести диалог, в том числе с использование средств коммуникации | **ЛР 13** |
| Демонстрирующий навыки анализа и интерпретации информации из различных источников с учетом нормативно-правовых норм | **ЛР 14** |
| Демонстрирующий готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной | **ЛР 15** |

| | |
|---|---|
| профессиональной и общественной деятельности | |

## 3.Распределение типов контрольных заданий по компетенциям

Таблица 2.

| *Элемент УД* | *Формы и методы контроля* | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | *Оперативный контроль* | | *Рубежный контроль* | | *Промежуточная аттестация* | |
| | *Проверяемые ОК, У, З* | *Методы контроля* | *Проверяемые ОК, У, З* | *Методы контроля* | *Проверяемые ОК, У, З* | *Форма контроля* |
| *Раздел 1. Основные понятия комплексных чисел* | | | *У1, У 2 , З1,З2, ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *Контрольная работа.* | *У1, У 2 , З1,З2, ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *экзамен* |
| *Тема 1.1. Комплексные числа и действия над ними* | *У1, У 2, З1, З2, ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *Устный опрос*<br>*Практическая работа*<br>*Самостоятельная работа* | | | | |
| *Раздел 2. Элементы линейной алгебры* | | | *У3,У4, З3,З4, ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *Тест №1, №2* | *У3,У4, З3,З4, ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *экзамен* |
| *Тема 2.1. Матрицы и определители* | *У3,У4, З3,З4, ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *Устный опрос*<br>*Практическая работа*<br>*Самостоятельная работа* | | | | |
| *Тема 2.2. Методы решения систем линейных уравнений* | *У3,У4, З3,З4, ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *Устный опрос*<br>*Индивидуальное задание*<br>*Самостоятельная работа* | | | | |
| *Тема 2.3. Моделирование и решение задач линейного программирования* | | *Устный опрос*<br>*Индивидуальное задание*<br>*Самостоятельная работа* | *У3,У4, З3,З4, ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | | *У3,У4, З3, ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.234,* | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Раздел 3. Введение в анализ* | | | *У5, З5, ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *Контрольная работа.* | *У5, З5, ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *экзамен* |
| *Тема 3.1. Функции многих переменных* | *У5, З5, ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *Устный опрос*<br>*Индивидуальное задание*<br>*Самостоятельная работа* | | | | |
| *Тема 3.2. Пределы и непрерывность* | *У5, З5, ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *Устный опрос*<br>*Индивидуальное задание*<br>*Самостоятельная работа* | | | | |
| *Раздел 4. Дифференциальные исчисления* | | | *У1,У3, З1, З3 ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *Контрольная работа.* | *У1,У3, З1, З3 , ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *экзамен* |
| *Тема 4.1. Производная и дифференциал* | *У1,У3, З1, З3 , ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *Устный опрос*<br>*Индивидуальное задание*<br>*Самостоятельная работа* | | | | |
| *Раздел 5. Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения* | *У3,У4, З3,З4, ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | | *У3,У4, З3,З4, ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *Контрольная работа.* | *У3,У4, З3,З4, ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *экзамен* |
| *Тема 5.1. Неопределённый интеграл* | *У3,У4, З3,З4, ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *Устный опрос*<br>*Индивидуальное задание*<br>*Самостоятельная работа* | | | | |
| *Тема 5.2. Определённый интеграл* | *У3,У4, З3,З4, ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *Устный опрос*<br>*Индивидуальное задание*<br>*Самостоятельная работа* | | | | |
| *Тема 5.3. Несобственный интеграл* | *У3,У4, З3,З4,* | *Устный опрос* | | | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | *ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *Индивидуальное задание*<br>*Самостоятельная работа* | | | | |
| *Тема 5.4. Дифференциальные уравнения* | *У3,У4, З3,З4, ОК 01, ПК 1.1,1,3-1,5,2.1-2.3,3.1-3.5,4.2* | *Устный опрос*<br>*Индивидуальное задание*<br>*Самостоятельная работа* | | | | |

## 3.2 Типовые задания для оценки освоения учебной

## Раздел 1. Основные понятия комплексных чисел

1. Вычислить:

1. $i^{66}$; $i^{143}$; $i^{216}$; $i^{137}$.
2. $i^{43} + i^{48} + i^{44} + i^{45}$.
3. $(i^{36} + i^{17})i^{23}$.
4. $(i^{133} + i^{115} + i^{200} + i^{142})(i^{17} + i^{36})$.
5. $i^{145} + i^{147} + i^{264} + i^{345} + i^{117}$.
6. $(i^{13} + i^{14} + i^{15})i^{32}$.
7. $(i^{64} + i^{17} + i^{13} + i^{82})(i^{72} – i^{34})$.

2. Найти x и y из равенства:

1. $3y + 5xi = 15 – 7i$;
2. $(2x + 3y) + (x – y)i = 7 + 6i$.

3. Найдите значения x и y из равенств:

1. $7x + 5i = 1 – 10iy$.
2. $(2x + y) – i = 5 + (y – x)i$.
3. $x + (3x – y)i = 2 – i$.
4. $(1 + 2i)x + (3 – 5i)y = 1 – 3i$.
5. $(2 – i)x + (1 + i)y = 5 – i$.
6. $(3i – 1)x + (2 – 3i)y = 2 – 3i$.

4. Произведите сложение и вычитание комплексных чисел:

1. $(3 + 5i) + (7 – 2i)$.
2. $(6 + 2i) + (5 + 3i)$.
3. $(– 2 + 3i) + (7 – 2i)$.
4. $(5 – 4i) + (6 + 2i)$.
5. $(3 – 2i) + (5 + i)$.
6. $(4 + 2i) + (– 3 + 2i)$.
7. $(– 5 + 2i) + (5 + 2i)$.
8. $(– 3 – 5i) + (7 – 2i)$.

5. Произведите умножение комплексных чисел:

1. $(2 + 3i)(5 – 7i)$.
2. $(6 + 4i)(5 + 2i)$.
3. $(3 – 2i)(7 – i)$.
4. $(– 2 + 3i)(3 + 5i)$.

5. (1 –i)(1 + i).
6. (3 + 2i)(1 + i).
7. (6 + 4i)3i.
8. (2 – 3i)(– 5i).

## Раздел 2 Элементы линейной алгебры

**Вычисление определителей.**

**1-3.** Вычислить определители второго порядка.

**1**. $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$; **2**. $\begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix}$; **3**. $\begin{vmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta \end{vmatrix}$;

**4-7**. Вычислить определители третьего порядка.

**4**. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$; **5.** $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$; **6**. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$ **7**. $\begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

**8.** Решить уравнение: $\begin{vmatrix} 3 & x & -x \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$;

**9.** Дана матрица $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

а) Вычислить определитель $|A|$.

б) Найти миноры всех элементов $a_{ij}$

**10-13**. Вычислить определители:

**10**. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$; **11**. $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$; **12**. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$;

**13**. $\begin{vmatrix} 4 & 3 & -5 & 2 & 3 \\ 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & -8 & 2 & 7 \\ 4 & 3 & -1 & 2 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 0 & -6 \end{vmatrix}$.

**Ответы: 1:** –2;

**2:** 1;

**3:** $\cos(\alpha+\beta)$;

**4:** –3;

**5:** 1;

**6:** 1;

**7:** 1;

**8:** $x= -4\pm\sqrt{22}$;

**9:** а) 2,

б) $M_{11}= -1$; $M_{12}= -1$; $M_{13}=1$; $M_{21}= -1$; $M_{22}= -1$; $M_{23}= -1$; $M_{31}=1$; $M_{32}= -1$;

$M_{33}= -1$.

**10:** –3; **11:**–9; **12:** 0; **13:** 0.

## Раздел 3. Введение в анализ

1.Изобразите области определения функций:

$$z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 9}}.$$

$$z = \arcsin(x + y).$$

$$z = \sqrt{xy} + acr\sin\frac{x}{2}.$$

$$z = \ln(4 - x^2 - y^2).$$

$$z = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 - y^2}.$$

$$z = \sqrt{(x^2 + y^2 - 1)(4 - x^2 - y^2)}.$$

$$z = \arcsin\frac{y}{x^2}.$$

$$z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2 - x}{2x - x^2 - y^2}}.$$

$$u = \frac{x + y + z}{\sqrt{4 - x^2 - y^2 - z^2}}.$$

2.Постройте линии уровня функций:

$z = \frac{y}{x}$.

$z = x^2 - y^2$.

$z = x^2 + y^2$.

$z = \frac{1}{x^2 + 2y^2}$.

$z = \sqrt{xy}$.

$z = \frac{y - x^2}{x^2}$.

$z = x^2 y + y$.

$z = e^{\frac{2x}{x^2 + y^2}}$.

$z = \min(x^2, y)$.

3.Найдите частные производные первого порядка следующих функций:

$z = x^3 + 2y^3 - 7x^2y^4$.

$z = \frac{x^2 y}{x + y}$.

$z = \frac{x^2}{y} + \frac{y}{x^2}$.

$z = \sqrt{2xy + y^2}$.

$z = x\sqrt[3]{y} + \frac{y}{\sqrt{x}}$.

$z = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.

$z = \sqrt{x}\, e^{\frac{y}{x}}$.

$z = xe^{-xy}$.

$z = arctg\frac{y}{x}$.

## Раздел 4. Дифференциальные исчисления

1.Определить порядок дифференциальных уравнений:

$y^2 - \sin(y') \cdot y + x^2(1+x)(1+y) = 0.$

$y \cdot y' - (y'')^2 = x^2 + 1.$

$(y''' - y')^2 \cdot y' - x^5 \cdot \mathrm{tg}(y) + \cos(y) = 0$

$y \cdot y' \cdot y'' - 2(y'')^2 = \ln(x).$

$\sin(x) \cdot \cos(y') - \sin^2(y') = \dfrac{y'}{(y'')^3 + 1}.$

$(y')^4 \cdot \ln(y') = 1.$

$\log(xy' - y'') + \left(\dfrac{x}{y}\right)''' - y = 0.$

$(x^2 + x + y) = (x - y)(y^2)''.$

$(y - 2y'' \cdot x)^2 \sqrt{y'''} = 5.$

$\cos(y'' - 2y' + x) = 0.$

2. Определить, является ли функция y(x) решением дифференциального уравнения:

$y = x^2, \quad y' \cdot x - 2y = 0.$

$y = \sin(x), \quad y'' + y = 0.$

$y = x^2 + x + 1, \quad 2y - y' - y'' = 2x^2 - 1.$

$y = \dfrac{1}{x}, \quad y' \cdot y'' - y''' = \dfrac{1}{x^5}.$

$y = (x-1) \cdot e^x, \quad y' - y = 2e^x.$

$y = e^{x^3}, \quad y' = 3x^2 y.$

$y = (x-2) \cdot (x-3), \quad y' = xy'' - 5.$

$y = \ln(\cos(x)), \quad y' = -\mathrm{tg}(x).$

$y = \sin(x), \quad y' \cdot \mathrm{tg}(x) - y = 0.$

## Раздел 5. Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения

1. Найти общие решения однородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка:

$y' + 2y = 0.$

$y' - 8x^2 y = 0.$

$y' + \mathrm{tg}(2x) y = 0.$

$y' - \dfrac{xy}{e^{x^2}} = 0.$

$y' - \dfrac{\ln(x) y}{x} = 0.$

2. Найти общие решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$y' + \frac{2y}{x} = x^2.$$

$$y' + xy = x.$$

$$y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{x^2}.$$

3. Найти частные решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка, удовлетворяющие начальным условиям:

. $y' + 3y = 1,\ y(0) = 0.$

. $y' - \mathrm{tg}(x)y = 0,\ y(0) = 0.$

. $y' - 2y = e^{2x},\ y(0) = 1.$

. $y' + 2\mathrm{tg}(x)y = \cos^4(x),\ y(0) = -1.$

. $y' - 2xy = e^{x^2},\ y(1) = 1.$

## 4. Задания для оценки освоения дисциплины

### Перечень практических (лабораторных) работ

| № работы | Название работы (в соответствии с рабочей программой) | Объём часов на выполнение работы | Страница |
|---|---|---|---|
| 1. | Контрольная работа на тему «Основные понятия комплексных чисел» | 2 | |
| 2. | Тестовые задания №1 по теме «Определители. Свойства определителей.» | 2 | |
| 3 | Тестовые задания №2 по теме «Обратные матрицы. Формула Крамера.» | 2 | |
| 4 | Контрольная работа на тему «Функции многих переменных» | 2 | |
| 5 | Контрольная работа на тему «Дифференциальные исчисления» | 2 | |
| 6 | Контрольная работа на тему «Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения» | 2 | |

**Контрольная работа на тему «Основные понятия комплексных чисел»**

Вариант 1

1. Вычислить: $i^{43} + i^{48} + i^{44} + i^{45}$.
2. Найти x и y из равенства:1. $5y + 3xi = 15 – 7i$;
3. Найдите значения x и y из равенств: $x + (3x – y)i = 2 – i$.
$(1 + 2i)x + (3 – 5i)y = 1 – 3i$.
4. Произведите сложение и вычитание комплексных чисел: $(5 – 4i) + (6 + 2i)$.
$(3 – 2i) + (5 + i)$.
5. Произведите умножение комплексных чисел: $(3 – 2i)(7 – i)$.
$(– 2 + 3i)(3 + 5i)$.

**Вариант 2**

1. Вычислить: $(i^{13} + i^{14} + i^{15})i^{32}$.
2. Найти x и y из равенства: $(3x + 3y) + (2x – y)i = 2 + 6i$.

3. Найдите значения x и y из равенств: $(2 – i)x + (1 + i)y = 5 – i$.
$(3i – 1)x + (2 – 3i)y = 2 – 3i$.

4. Произведите сложение и вычитание комплексных чисел: $(– 5 + 2i) + (5 + 2i)$.
$(– 3 – 5i) + (7 – 2i)$.

5. Произведите умножение комплексных чисел: $(6 + 4i)3i$.
$(2 – 3i)(– 5i)$.

**Тестовые задания №1 по теме «Определители. Свойства определителей.»**

**Вариант 1**

**1**. Дана матрица $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$. Можно ли вычислить определитель матрицы?

a) Да;

*b) Нет.

**2**. Найти x из уравнения $\begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=0$.

a) $x_1=0$, $x_2= –2$;

*b) $x_1=3$, $x_2=2$;

c) $x_1= –2$, $x_2= –3$.

**3.** Как изменится определитель, если заменить его строки столбцами?

*a) Не изменится;

b) Умножится на (–1).

**4.** Выбрать значение i так, чтобы произведение $a_{21}a_{i2}a_{13}$ входило в значение определителя $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ со знаком плюс.

a) i=1;

b) i =2;

*c) i =3.

**5.** Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{vmatrix}$.

a) 566;

b) 656;

*c) 665.

**Вариант 2**

**1**. Среди матриц

1) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ \cos\alpha & \sin\alpha \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$ выбрать ту,

определитель которой равен единице.

*a) 1),

b) 2),

c) 3).

**2.** Как изменится определитель, если к каждой строке, кроме последней, прибавить последнюю строку?

a) Изменится;

*b) Не изменится.

**3.** Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

a) 8;

*b) 10;

c) -8.

**4**. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} a-b & a+b \\ a+b & a-b \end{vmatrix}$.

a) 4ab;

*b) –4ab.

**5.** Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 0 & 6 \\ 8 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

*a) 0;

b) 1;

c) 2;

d) 3.

**Тестовые задания №2по теме**
**Обратные матрицы. Формула Крамера.**
**Вариант 1**

**1.** Какие из перечисленных ниже условий должны быть выполнены, чтобы матрица А имела обратную матрицу $A^{-1}$?

a) det A = 0,
*b) det A ≠ 0,
*c) матрица А должна быть квадратной,
d) матрица А – вырожденная.

**2.** Система линейных уравнений $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = y_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = y_2 \end{cases}$ записана в матричной форме A·X = Y, где $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$. Определить вид матриц X и Y.

a) $X = (x_1 \quad x_2)$,
*b) $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$,
c) $Y = (y_1 \quad y_2)$,
*d) $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$.

**3.** Из систем линейных уравнений 1) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 1 \\ 3x_1 - x_2 = 2 \end{cases}$, 2) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 1 \\ x_1 - x_2 = 2 \end{cases}$, 3) $\begin{cases} 2x_2 - x_1 = 1 \\ x_1 + 3x_2 = 2 \end{cases}$, 4) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 1 \\ x_1 + 3x_2 = 2 \end{cases}$ выбрать ту, матричная запись которой имеет вид: $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

a) 1),
*b) 2),
c) 3),
d) 4).

**4.** Существует ли обратная матрица для матрицы

A= $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ ?

a) Да,

*b) нет.

**5.** Используя обратную матрицу, найти матрицу X из уравнения AX=B, если

A= $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, B= $\begin{pmatrix} 0 \\ 14 \\ 16 \end{pmatrix}$.

a) X= $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,

*b) X= $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,

c) X= $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

**Вариант 2**

1При каких значениях λ существует матрица, обратная матрице $\begin{pmatrix} 0 & \lambda & 0 \\ \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$

a) λ = 0,

b) λ – любое действительное число,

*c) λ – любое действительное число, λ≠0.

2.Система линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \\ 7x_1 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$ представлена в матричной форме A·X=B, где $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ – матрица-столбец свободных членов.

Выбрать верную запись среди следующих выражений:

1) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, 2) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix}$,

3) $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$, 4) $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$.

*a) 1),
b) 2),
c) 3),
d) 4).

3.Укажите какие из следующих систем можно решать с помощью обратной матрицы ?

1) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -2 \end{cases}$, 2) $\begin{cases} x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 2 \\ -12x_2 + 17x_3 = 3 \end{cases}$,

3) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 10x_1 + 5x_2 - 5x_3 = 2 \\ 11x_1 - 12x_2 + 17x_3 = 3 \end{cases}$.

a) 1),
*b) 2),
c) 3).

**4.** Можно ли решить систему уравнений по формулам Крамера

x+2y=5
3y+4z=18
5z+6u=39
7u+8v=68
9v+10x=55

*a) Да,
b) нет.

**5.** Решить систему уравнений:

-5x+ y + z=0
x - 6y + z=0
x + y - 7z=0.

a) (-1;-2;-3),
b) (3; 4; 1 ),
*c) (0; 0; 0).

**Контрольная работа на тему «Функции многих переменных»**

Вариант 1

1.Изобразите области определения функций:

$$z = \arcsin\frac{y}{x^2}.$$

$$z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2 - x}{2x - x^2 - y^2}}.$$

$$u = \frac{x + y + z}{\sqrt{4 - x^2 - y^2 - z^2}}.$$

2.Постройте линии уровня функций:

$$z = e^{\frac{2x}{x^2+y^2}}.$$

$$z = \min(x^2, y).$$

$$z = \max(x + y, 2x - 3y).$$

3.Найдите частные производные первого порядка следующих функций:

$$z = e^{3x^2+2y^2-xy}.$$

$$u = yx^3 + xz^2 + y^2z.$$

$$u = \frac{x}{\sqrt{x + y^2 + z^3}}.$$

$$u = \left(\frac{x}{y}\right)^z.$$

Вариант 2

1.Изобразите области определения функций:

$z = \ln(4 - x^2 - y^2)$.

$z = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 - y^2}$.

$z = \sqrt{(x^2 + y^2 - 1)(4 - x^2 - y^2)}$.

2.Постройте линии уровня функций:

$z = \sqrt{xy}$.

$z = \frac{y - x^2}{x^2}$.

$z = x^2 y + y$.

3.Найдите частные производные первого порядка следующих функций:

$u = x^{\frac{y}{z}}$.

$u = x^2 y - \sqrt{xy + z^2}$.

$u = \sin(x + 2y) + 2\sqrt{xyz}$.

$u = \ln(3 - x^2) + xy^2 z$.

**Контрольная работа на тему «Дифференциальные исчисления»**

Вариант 1

1.Определить порядок дифференциальных уравнений:

$\sin(x) \cdot \cos(y') - \sin^2(y') = \frac{y'}{(y'')^3 + 1}$.

$(y')^4 \cdot \ln(y') = 1$.

$\log(xy' - y'') + \left(\frac{x}{y}\right)''' - y = 0$.

$(x^2 + x + y) = (x - y)(y^2)''$.

2. Определить, является ли функция y(x) решением дифференциального уравнения:

$y=\frac{1}{x}, \quad y'\cdot y''-y'''=\frac{1}{x^5}.$

$y=(x-1)\cdot e^x, \quad y'-y=2e^x.$

$y=e^{x^3}, \quad y'=3x^2y.$

$y=(x-2)\cdot(x-3), \quad y'=xy''-5.$

Вариант 2

1.Определить порядок дифференциальных уравнений:

$(y')^4\cdot\ln(y')=1.$

$\log(xy'-y'')+\left(\frac{x}{y}\right)'''-y=0.$

$(x^2+x+y)=(x-y)(y^2)''.$

$(y-2y''\cdot x)^2\sqrt{y'''}=5.$

2. Определить, является ли функция y(x) решением дифференциального уравнения:

$y=(x-1)\cdot e^x, \quad y'-y=2e^x.$

$y=e^{x^3}, \quad y'=3x^2y.$

$y=(x-2)\cdot(x-3), \quad y'=xy''-5.$

$y=\ln(\cos(x)), \quad y'=-\mathrm{tg}(x).$

**Контрольная работа на тему «Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения»**

Вариант1

1. Найти общие решения однородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка:
   $y' - 8x^2y = 0.$
   $y' + \mathrm{tg}(2x)y = 0.$
2. Найти общие решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка:
   $y' + 2y = 3e^x.$
   ). $y' - \cos(x)y = x^2.$
3. Найти частные решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка, удовлетворяющие начальным условиям:
   $y' - \mathrm{tg}(x)y = 0,\ y(0) = 0.$
   $y' - 2y = e^{2x},\ y(0) = 1.$

Вариант2

1. Найти общие решения однородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка:
   $y' + \mathrm{tg}(2x)y = 0.$
   $y' - \frac{xy}{e^{x^2}} = 0.$
2. Найти общие решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка:
   $y' + xy = x.$
   $y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{x^2}.$
3. Найти частные решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка, удовлетворяющие начальным условиям:
   $y' + 2\mathrm{tg}(x)y = \cos^4(x),\ y(0) = -1.$
   $y' - 2xy = e^{x^2},\ y(1) = 1.$

**Критерии оценки работы**:

1. Выполнение задания – 5 баллов.
2. Дополнительный уточняющий вопрос – 4 балла.
3. Неполное выполнение задания – 3 балла.

**Вопросы к экзамену.**

1. Определение комплексного числа в алгебраической форме, действия над ними.
2. Геометрическое изображение комплексных чисел.
3. Модуль и аргументы комплексного числа.
4. Определение матрицы, размерность матрицы.
5. Операция сложения матриц. Свойства.
6. Операция умножения матриц на число. Свойства.
7. Произведение матриц. Свойство операции умножения матриц.
8. Транспонирование матрицы. Свойства операции транспонирования.
9. Определители первого, второго и третьего порядка. Правило треугольника.
10. Минор. Алгебраическое дополнение.

11. Способы вычисления определителя.
12. Свойства определителей.
13. Разложение определителя по элементам столбца или строки.
14. Обратная матрица: определение, теорема о существовании обратной матрицы.
15. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
16. Формулы Крамера. Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера.
17. Ранг матрицы.
18. Методы нахождения ранга матрицы (метод окаймляющих миноров, метод Гаусса или метод элементарных преобразований).
19. Решение систем уравнений методом Гаусса.
20. Функции двух и нескольких переменных, способы задания, символика, область определения.
21. Предел функции.
22. Бесконечно малые функции.
23. Метод эквивалентных бесконечно малых величин.
24. Раскрытие неопределённости вида 0/0 и ∞/∞.
25. Замечательные пределы.
26. Непрерывность функции.
27. Производная функции.
28. Основные правила дифференцирования.
29. Экстремумы функций.
30. Частные производные функции нескольких переменных.
31. Первообразная функция и неопределённый интеграл.
32. Задача нахождения площади криволинейной трапеции.
33. Определённый интеграл.
34. Формула Ньютона-Лейбница.
35. Интегрирование неограниченных функций.
36. Дифференциальные уравнения.